Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформаційних систем та технологій

**Лабораторна робота *№2***

із дисципліни ***«Теорія алгоритмів»***

Тема: ***«Метод декомпозиції. Пошук інверсій»***

**Виконали:**

Студенти групи ІА-34

Янович Марія,

Ковальчук Станіслав,

Ястремський Богдан,

Сухоручкін Гліб

**Перевірив:**

Степанов Андрій Сергійович

Київ — 2024

“Динамічне програмування”

Динамічне програмування — це досить потужний метод розробки алгоритмів для розв'язання задач, які можна розкласти на задачі меншої розмірності, з яких, зрештою, отримується розв'язок початкової задачі.

Завдання

Застосування динамічного програмування для задачі про рюкзак є одним з яскравих прикладів потужності цього підходу. Дана задача формулюється наступним чином:

Дано n різних предметів, про які відомі їх розмір, або вага, wi та вартість vi. Є рюкзак, в який необхідно покласти ці предмети. Для рюкзака відома його місткість (сумарний розмір, або вага, предметів, що можуть бути розміщені у рюкзаку) — W. Необхідно відібрати таку множину предметів S серед усіх заданих предметів, що (1) їх сумарна розмірність не перевищує місткість рюкзака W та (2) сумарна вартість предметів в множині S є максимально можливою серед усіх інших множин.

Для розв'язку задачі про рюкзак методом динамічного програмування необхідно спочатку

сформулювати розв'язок початкової задачі через розв'язання задач меншої розмірності. Для цього позначимо через S — максимальну вартість предметів, які можна розмістити у рюкзаку. Припустимо, що останній предмет № n належить S, тоді S – {n} — оптимальний розв'язок для перших n – 1 предметів і місткості рюкзака (W – wn).

Тепер можна сформулювати рекурсивне правило для отримання розв'язку задачі. Позначимо через V(i, x) найбільшу вартість, таку що (1) розглянуті тільки перші i предметів та (2) загальний розмір предметів не перевищує x. Тоді:

V(i, x) = max{ V(i – 1, x), V(i – 1, x – wi) + vi } (\*)

Примітка: у випадку коли wi > x, V(i, x) = V(i – 1, x) .

Тож, алгоритм динамічного програмування повинен перебрати підзадачі всіх можливих розмірностей, які визначаються двома змінними:

• i – кількість предметів (1, ..., n)

• x – місткість рюкзака (1, ..., W)

Швидкість такого алгоритму становитиме O(nW). Таким чином його не можна в повній мірі віднести до поліноміальних алгоритмів і через це він має характеристику псевдополіноміального.

Зауваження до програмної реалізації алгоритму

Як зазначено вище, час роботи запропонованого алгоритму динамічного програмування для задачі про рюкзак залежить від кількості предметів n та об’єму рюкзака W. Це слід враховувати під час програмної реалізації алгоритму. Адже за умови великих об’ємів рюкзака та порівняно невеликих об’ємів предметів рекурсивний перехід, який визначається формулою (\*), буде займати надто багато часу. Тому під час реалізації даного алгоритму слід уникати виконання зайвої роботи.

**Увага!** Для перевірки такого випадку серед тестових вхідних файлів є декілька примірників, які мають вказану вище конфігурацію (наприклад, n = 500 та W = 2 000 000). Розроблений алгоритм буде прийнятий тільки в тому випадку, якщо час роботи його програми на подібному вхідному файлі буде прийнятно малий (не більше 2-3 хвилин).

Формат вхідних/вихідних даних

Розроблена програма повинна зчитувати вхідні дані з файлу заданого формату та записувати дані у файл заданого формату. У вхідному файлі зберігається інформація про об’єм рюкзака, кількість предметів та характеристики всіх предметів (вага wi та вартість vi).

Вхідний файл представляє собою текстовий файл. Перший рядок файлу містить два числа: W (загальний об’єм рюкзака) та n (кількість предметів). Далі йде n рядків, кожен з яких містить пару чисел: вартість vi та вага wi предмету i.

Вихідний файл є текстовим, в якому записана оптимальна сумарна вартість предметів, що були розміщені у рюкзак.

Нижче наведені приклади вхідного та вихідного файлу для п’яти предметів.

|  |  |
| --- | --- |
| Вхідний файл | Вихідний файл |
| 10 5  7 5  8 4  9 3  10 2  1 10 | 27 |

Рекомендована література

Конспект лекцій з курсу “Теорія алгоритмів”: Лекція 12 — Динамічне програмування.

Псевдокод алгоритму:

Код:

Висновки: на даному лабораторному занятті ми познайомились з динамічним програмуванням, що являє собою потужний метод розробки алгоритмів для розв'язання задач, які можна розкласти на задачі меншої розмірності, з яких, зрештою, отримується розв'язок початкової задачі.